

Муниципальное образование «Гурьевский городской округ»

Всероссийская олимпиада школьников по математике

(школьный этап)

2017-2018 учебный год

7 класс

1. Выразите 10 пятью девятками. Укажите как можно больше способов.
(7 баллов)
2. Докажите, что при любых значениях букв верно равенство $(x - y)(x + y) - (a - x + y)(a - x - y) - a(2x - a) = 0$. (7 баллов)
3. В некотором месяце три четверга пришлись на четные числа. Какой день недели был 26-го числа этого месяца? (7 баллов).
4. Страницы книги пронумерованы подряд с первой до последней. Хулиган Вася вырвал из разных мест книги 25 листов и сложил номера всех 50 вырванных страниц. У него получилось число 2002. Когда об этом узнал отличник Коля, то он заявил, что при счете Вася ошибся. Объясните, почему Коля прав. (7 баллов)
5. Докажите, что при $a = b + 1$ выполняется следующее тождество $(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4) \dots (a^{16} + b^{16}) = a^{32} - b^{32}$. (7 баллов)

Решения и ответы. 7 класс.

1. $9 + \frac{99}{99} = 10$; $9 + 99^{9-9} = 10$; $\frac{99}{9} - \frac{9}{9} = 10$; $9\frac{9}{9} * \frac{9}{9} = 10$;
 $9 + \frac{9}{9} - 9 + 9 = 10$.

2. Упростив левую часть, получим в ней 0.

3. Та как четных четвергов три, то всего четвергов в месяце должно быть пять, причем первый четверг должен быть в начале месяца и в четный день. Значит, этот четверг приходится на второй день месяца, тогда следующие четверги будут 9,16,23,30. Если первый четверг попадает на четвертое число месяца, то в месяце будет всего 4 четверга. Если четверг попадает на первый или третий день месяца, то не будет трех четных четвергов. Тогда 26-е будет воскресеньем.

Ответ: 26-е будет воскресеньем.

4. На каждом из вырванных листов две страницы. Номер одной страницы – четное число, а другой – нечетное. Тогда в сумме всех номеров вырванных страниц будет 25 четных и 25 нечетных слагаемых. Поэтому сумма будет нечетной, а значит, она не может быть равна 2002.

5. Применим несколько раз формулу разности квадратов

$$a^{32} - b^{32} = (a^{16} - b^{16})(a^{16} + b^{16}) = (a^8 + b^8)(a^4 + b^4)(a^2 + b^2)(a + b)(a - b)$$

Так как $a - b = 1$ по условию, то получаем искомое тождество.