

Муниципальное образование «Гурьевский городской округ»

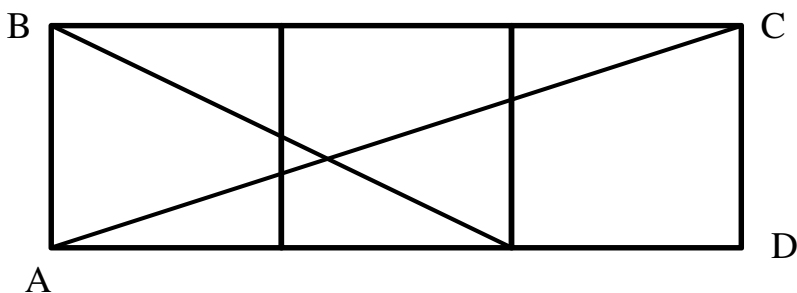
Всероссийская олимпиада школьников по математике

(школьный этап)

2017-2018 учебный год

11 класс

1. Покажите, что куб можно пересечь плоскостью так, чтобы в сечении получился правильный шестиугольник. (7 баллов)
2. Представьте числа от 1 до 10 с помощью числа π , используя скобки, знаки сложения, вычитания, умножения, деления, извлечение квадратного корня, а также символ функции $[x]$ ($[x]$, –целая часть числа x). Например $11 = [(\pi * \pi) + \sqrt{\pi}]$. (7 баллов)
3. Сравните 2010^{2010} и 2011^{2009} . (7 баллов)
4. Первая цифра некоторого шестизначного числа равна 1. Если эту цифру переставить в конец числа, оставив остальные цифры без изменения, то полученное число окажется втрое больше исходного. Найдите это число. (7 баллов)
5. Три квадрата расположены так, как показано на рисунке. Найдите величину угла между прямыми AC и BD. (7 баллов)



Решения и ответы. 11 класс.

1. Надо вершины шестиугольника взять в серединах двух соседних сторон верхнего основания, двух противоположных сторонах нижнего основания. Полученное сечение будет правильным шестиугольником, так как его стороны будут равны половине диагонали грани, а углы все по 120° , так как его стороны параллельны сторонам равностороннего треугольника, состоящего из трех диагоналей граней.
2. $1 = [\sqrt{\pi}]$; $2 = [\sqrt{\pi} + \sqrt{\pi}]$; $3 = \sqrt{\pi}$; $4 = [\pi + \sqrt{\pi}]$; $5 = [\pi\sqrt{\pi}]$; $6 = [\pi + \pi]$; $7 = [\pi + \sqrt{\pi}]$; $8 = [(\pi * \pi) - \sqrt{\pi}]$; $[(\pi * \pi)]$; $10 = [\sqrt{\pi}] + [\pi * \pi]$
3. Рассмотрим отношение:

$$\begin{aligned}\frac{2011^{2009}}{2010^{2010}} &= \frac{2011^{2010} * 2011^{-1}}{2010^{2010}} = \left(\frac{2011}{2010}\right)^{2010} * 2011^{-1} \\ &= \left(1 + \frac{1}{2010}\right)^{2010} * 2011^{-1}.\end{aligned}$$

Так как $(1 + \frac{1}{\alpha})^{\alpha} < 3$, то $(1 + \frac{1}{2010})^{2010} * 2011^{-1} < \frac{3}{2011} < 1$.

Значит, $2011^{2009} < 2010^{2010}$.

4. Обозначим число за X, тогда $X = 100000 + a$. Если в числе X единицу переставить в конец, то в полученном числе Y число a будет показывать число его десятков, т.е. $Y = 10a + 1$. По условию $10a + 1 = 3(100000 + a)$, поэтому $7a = 299\,999$ и $a = 42857$. Тогда $X = 142\,857$.
5. 45° . Указание: вычислить скалярное произведение векторов AC и BD.