

Муниципальное образование «Гурьевский городской округ»

Всероссийская олимпиада школьников по математике

(школьный этап)

2017-2018 учебный год

10 класс

1. Заполните пустые клетки таблицы так, чтобы числа в каждой строке и каждом столбце составляли геометрическую прогрессию. (7 баллов).

27			
		36	
	6		
			8

2. Двое рабочих могут выполнить некоторую работу за 7 дней при условии, что второй приступит к ней на 2 дня позже первого. Если бы эту работу каждый выполнял в одиночку, то первому потребовалось бы на 4 дня больше, чем второму. За сколько дней каждый рабочий мог бы выполнить эту работу? (7 баллов)
3. Не выполняя вычислений, докажите, что число 17 не является корнем уравнения $2x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 5x = 41$. (7 баллов)
4. Докажите, что если величины углов выпуклого пятиугольника составляют арифметическую прогрессию, то каждая из них больше 36° . (7 баллов)
5. Предприятие предполагает использовать на путевки в дома отдыха для своих сотрудников 2000000 руб. имеются путевки на 15, 27, 45 дней стоимостью соответственно 24000, 40000, 60000 руб. Сколько и каких путевок надо купить, чтобы общее число дней отдыха было наибольшим?

Решения и ответы. 10 класс.

1.

27	54	108	216
9	18	36	72
3	6	12	24
1	2	4	8

2. Обозначим за x дней время, которое второй рабочий смог выполнить всю работу один, получим уравнение $7 * \frac{1}{x+4} + 5 * \frac{1}{x} = 1$. Решая его, найдем время работы второго рабочего: 10 дней. Тогда время работы первого рабочего будет 14 дней.

Ответ: 14 и 10 дней.

3. Так как левая часть уравнения при любом целом значении переменной X является четной, а правая – нечетной, то число 17 не является корнем данного уравнения.
4. Величины углов образуют арифметическую прогрессию, поэтому обозначим эти углы в порядке возрастания: x , $X+d$, $x+2d$, $x+3d$, $x+4d$. Так как сумма углов пятиугольника равна 540^0 , а больший угол не может быть больше 180^0 , то получим систему:

$$\begin{cases} 5x + 10d = 540^0 \\ x + 4d < 180^0 \end{cases}$$

Выражая из первого уравнения системы $d = 54^0 - 0,5x$ и подставляя в неравенство, после упрощения получаем $x > 36^0$.

5. Необходимо исходить из того, какова стоимость одного дня отдыха в каждом случае:

$$\frac{24000}{15} = 1600, \frac{40000}{27} = 1481\frac{1}{9}, \frac{60000}{45} = 1333\frac{1}{3}.$$

Так как $1333\frac{1}{3} < 1481\frac{1}{9} < 1600$, то покупать сначала надо путевки на 45 дней, а затем на 27 дней. Первых можно купить 32 ($32 * 60000 = 1920000$ руб.), а на оставшиеся 80000 руб. купить путевки на 27 дней. Итого, $32 * 60000 + 2 * 40000 = 2000000$.